



**Examen d'aptitude professionnelle d'accès
au grade principal des ingénieurs d'Etat
Session 31 décembre 2016.**

Matière : Statistique

Durée : 4 Heures

Coefficient : 5

Nbre de pages : 7

Les calculatrices sont autorisées

Exercice 1 : (5 pts)

Portez sur la copie d'examen le numéro de la question et la lettre de l'alphabet correspondant à la réponse de votre choix.

Il y a une et une seule réponse à chacune des 10 questions.

1. Quelle est l'affirmation fausse parmi les suivantes ?
 - a- La moyenne arithmétique est sensible aux valeurs extrêmes.
 - b- L'amplitude est stable dans des petits échantillons issus d'une même population.
 - c- Le mode est le centre de la classe la plus fréquente.
 - d- Il peut y avoir plusieurs modes dans une distribution.
 - e- La médiane est la valeur en dessous de laquelle se trouvent 50% des observations.
 - f- Tout est correct.
 - g- Tout est faux.
2. Pour un échantillon donné, je peux toujours calculer deux variances: la variance de l'échantillon lui-même (S^2_{ech}) et l'estimation de la variance de la population d'où il est issu (S^2_{pop}).
J'ai prélevé deux échantillons (A et B), chacun dans une population différente. J'obtiens les valeurs suivantes :
 - Échantillon A : $S^2_{pop} = 108.8$ et $S^2_{ech} = 102.3$
 - Échantillon B : $S^2_{pop} = 137.8$ et $S^2_{ech} = 90.3$Parmi les propositions suivantes, laquelle est la plus plausible ?
 - a- L'échantillon B est représentatif de la population.
 - b- L'échantillon A contient plus d'individus que l'échantillon B ($n_A > n_B$).
 - c- L'échantillon B contient plus d'individus que l'échantillon A ($n_A < n_B$).
 - d- Tout est correct.
 - e- Tout est Faux.

3. La somme des carrés des écarts à la moyenne
- a- est une mesure toujours positive.
 - b- est nulle lorsqu'il n'y a pas de variabilité.
 - c- mesure la variabilité des observations.
 - d- est exprimée dans le carré des unités.
 - e- Tout est correct.
 - f- Tout est faux.
4. Un coefficient de corrélation de 0.8 indique que
- a- la relation entre x et y est certainement linéaire et que 80% de la variabilité de y sont expliqués par un modèle linéaire.
 - b- la relation entre x et y est certainement linéaire et que 64% de la variabilité de y sont expliqués par un modèle linéaire.
 - c- 80% de la variabilité de y sont expliqués par une relation linéaire avec x après confirmation de la linéarité sur le diagramme de dispersion.
 - d- 64% de la variabilité de y sont expliqués par une relation linéaire avec x après confirmation de la linéarité sur le diagramme de dispersion.
 - e- Tout est correct.
 - f- Tout est faux.
5. on connaît deux valeurs de l'indice élémentaire des prix du produit y.
 $I_{2011/2007} = 1,24$ et $I_{2015/2007} = 1,488$.
 Quelle a été l'évolution du prix du produit entre 2011 et 2015 ?
- a- une baisse de 16,67 %.
 - b- une hausse de 83,33 %.
 - c- une baisse de 20%.
 - d- une hausse de 20 %.
 - e- autre réponse.
6. on a trouvé $r^2 = 1$ et $y = 2x + 5$ pour équation de la droite d'ajustement de y en x. l'équation de la droite d'ajustement de x en y peut s'écrire :
- a- $x = 2y + 5$
 - b- $x = 0,5y - 0,1$
 - c- $x = 0,5y - 2,5$
 - d- autre réponse
7. L'AFC est une méthode que l'on peut utiliser :
- a- Tout le temps, que les variables soient quantitatives ou qualitatives
 - b- Uniquement lorsque les variables sont qualitatives
 - c- Seulement lorsque les variables sont quantitatives
 - d- Uniquement lorsque les variables sont qualitatives et au nombre 2
8. L'AFD consiste techniquement à trouver la combinaison linéaire des variables initiales qui:
- a- Minimise la variance totale
 - b- Minimise la variance inter-classes
 - c- Minimise la variance intra-classes et maximise la variance inter-classes
 - d- Maximise la variance totale
 - e- Maximise la variance intra-classes
9. Une hausse de 60 % suivi d'une baisse de 40 % revient à :
- a- une baisse de 10 %
 - b- une hausse de 10 %
 - c- une baisse de 4 %
 - d- une baisse de 20 %
 - e- une hausse de 20 %
 - f- autre réponse.

10. Une entreprise a produit 3 biens dont les prix P et les quantités Q pour les années 2010 et 2015 sont indiqués dans le tableau suivant :

Année	Bien1		Bien2		Bien3	
	P	Q	P	Q	P	Q
2011	10	40	5	110	2	8
2015	15	35	7	120	5	12

L'indice de Laspeyres des prix pour l'année 2015 en prenant une base 100 en 2011 est égal à :

- a- 137 b- 146 c- 153 d- 168

Exercice 2 : (4.5 pts)

- 1) Parlez brièvement de l'intérêt de :
 - Statistique descriptive.
 - Inférence statistique.
 - ANOVA.
 - ACP
- 2) Citez les hypothèses d'un modèle de régression linéaire.
- 3) Citez les phases d'une enquête statistique.

Exercice 3 : (1 pt)

Le chiffre d'affaire d'une entreprise a augmenté de 5 % la 1^{ère} année, de 7 % les 2 années suivantes et de 4 % les 3 années d'après.

Quelle est, en pourcentage, son augmentation annuelle moyenne ?

Exercice 4 : (2pts)

La distribution des salaires horaires, en dirhams, des N employés d'une grande entreprise est donnée par :

Classes	Effectifs
[50 ; 100[	10
[100 ; 150[	14
[150 ; 200[	16
[200 ; 250[	n

Ces données sont incomplètes car, à la suite d'un incident, l'effectif de la dernière classe est illisible ; alors, on décide de le noter provisoirement par n. Mais, on sait que la médiane de cette série statistique est 120 DH.

1. Exprimer la moyenne arithmétique de cette distribution en fonction de n.
2. Exprimer la médiane de cette distribution en fonction de n, sachant que la valeur $N/2$ n'a pas été trouvée exactement parmi les effectifs cumulés croissants.
3. Retrouver la valeur numérique de la moyenne arithmétique.
4. Calculer l'indice de concentration (ou indice de GINI) et conclure.

Exercice 5 : (2.5 pts)

Une étude sur l'épargne locale auprès des agences relevant des délégations provinciales de la poste a permis d'établir les caractéristiques des versements à la caisse d'épargne, au cours d'une journée type, dans la région Marrakech-Safi. Ces caractéristiques sont résumées dans le tableau ci-après :

Etat de versement à la Caisse d'épargne	Marrakech	Safi
Nombre de versements	35	30
Versements moyens	2200	2400
Variances des versements	3025	3600

1. Donner le versement moyen pour l'ensemble de la région Marrakech-Safi.
2. Calculer la variance intra-ville et la variance inter-ville des versements.
Quelle est la variance régionale des versements ?
3. Comparer la dispersion des versements à Marrakech et Safi.

Exercice 6 : (5 pts)

Dans le cadre d'une recherche nommée "Identité humaine – Identité animale", un groupe de travail en sciences sociales a cherché à mieux cerner les caractéristiques perçues généralement comme typiques des êtres humains ou typiques des animaux, ainsi que les caractéristiques perçues comme communes aux deux espèces.

Les chercheurs ont identifié 43 traits susceptibles de caractériser les êtres humains, les animaux ou les deux espèces. La liste de ces traits est la suivante : affectueux, agressif, altruiste, amical, chaleureux, combatif, communicatif, compétitif, cruel, curieux, égoïste, habile, imaginatif, imprévisible, impulsif, inconstant, indépendant, individualiste, ingénieux, insensé, intelligent, intuitif, inventif, libre, logique, loyal, malin, moral, paresseux, querelleur, raisonnable, raisonneur, rationnel, réfléchi, sauvage, sociable, solidaire, solitaire, spirituel, spontané, têtu, tolérant, violent.

Un questionnaire a été mis au point et a été distribué à des étudiants d'une école supérieure. Au total, 50 questionnaires ont été analysés: 22 ont été remplis par des femmes et 26 par des hommes (2 valeurs manquantes). L'âge moyen de la population est de 21 ans (avec un âge minimum de 18 ans et un âge maximum de 36 ans).

Après une première page d'introduction qui présente l'expérience sous le titre «Identité humaine – Identité animale», les sujets sélectionnent, parmi les 43 traits, les 5 traits qui leur semblent être «les plus typiques des êtres humains» et – sur la même page – les 5 traits qui leur semblent être «les plus typiques des animaux».

Chaque sujet, sans exception, a sélectionné 5 traits qu'il jugeait être typiques des êtres humains et 5 traits qu'il jugeait être typiques des animaux. Au total, 250 sélections ont été effectuées pour décrire chacune des deux espèces. Les variables indépendantes considérées dans l'analyse des résultats sont: le sexe des sujets (sex1 : homme, sex2 = femme), le mot stimulus (sti1 : êtres humains, sti2 : animaux) et la catégorie d'âge des sujets (age1 : 18-19 ans, age2 : 20-21 ans, age3 : 22 et +). Seuls les traits qui ont été cités au minimum cinq fois ont été considérés dans l'analyse. De ce fait, l'analyse porte sur un total de 33 traits sur les 43 proposés.

Les résultats observés ont été rassemblés dans le tableau ci-dessous et soumis à une méthode d'analyse des données multivariées.

trait	sexe 1	sexe 2	sti 1	sti2	age1	age2	age 3	total
affectueux	3	4	1	6	2	2	3	21
combatif	4	2	1	5	3	2	1	18
communicatif	6	8	9	7	4	6	4	44
compétitif	12	7	11	10	5	7	7	59
cruel	9	9	15	5	3	9	6	56
curieux	11	16	14	14	13	9	5	82
égoïste	5	5	10	1	3	4	3	31
habile	7	4	1	10	2	4	5	33
imaginatif	7	7	14	0	6	5	3	42
imprévisible	8	7	8	8	7	3	5	46
impulsif	9	7	3	15	5	8	3	50
inconstant	3	8	10	1	5	2	4	33
indépendant	3	6	4	5	3	3	3	27
individualiste	2	3	6	0	2	2	1	16
ingénieux	10	2	5	7	3	4	5	36
intelligent	6	10	13	4	5	8	3	49
intuitif	13	13	1	26	9	11	6	79
inventif	10	5	15	1	3	5	7	46
libre	13	6	4	15	6	8	5	57
logique	8	5	7	7	4	5	4	40
loyal	3	6	2	7	1	5	3	27
malin	3	6	0	10	6	2	1	28
moral	10	7	16	1	5	9	3	51
paresseux	3	3	3	3	3	1	2	18
querelleur	2	5	3	4	1	4	2	21
raisonneur	4	5	8	1	4	3	2	27
rationnel	9	7	11	5	2	10	4	48
sauvage	18	11	1	29	11	11	7	88
sociable	6	8	11	4	4	5	5	43
solidaire	6	1	0	7	5	1	1	21
solitaire	3	1	2	3	3	1	0	13
spirituel	11	7	17	1	4	9	5	54
spontané	16	5	0	21	9	4	8	63
total	243	206	226	243	151	172	126	1367

Résultats de l'analyse de données multivariées :

Val. Propres & stat. associées.

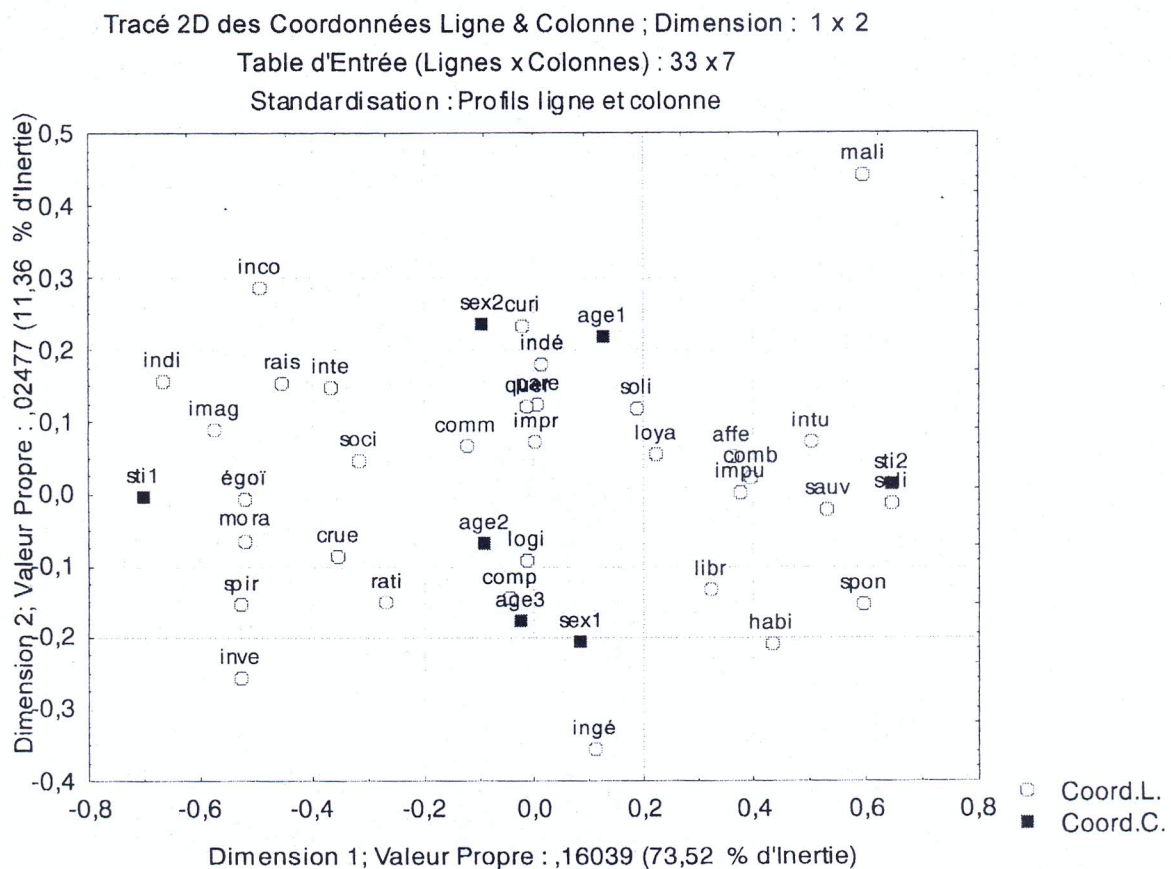
Nombre de Dims.	Valeurs Propres et Inertie de toutes les Dimensions Table d'Entrée (Lignes x Colonnes) : 33 x 7 Inertie Totale = ,21815 χ^2 = 298,21 dl = 192 p = ,00000				
	ValSing.	ValProp.	%age Inertie	%age Cumulé	χ^2
1	0,400	0,160	73,52	73,52	219,25
2	0,157	0,025	11,36	84,88	33,86
3	0,147	0,022	9,90	94,78	29,53
4	0,104	0,011	4,98	99,76	14,86
5	0,023	0,001	0,24	100,00	0,70
6	0,000	0,000	0,00	100,00	0,00

Scores, contributions et qualités de représentation des individus lignes

NomLigne	Coordonnées Ligne et Contributions à l'Inertie Table d'Entrée (Lignes x Colonnes) : 33 x 7 Standardisation : Profils ligne et colonne											
	Coord.	Coord.	Coord.	Masse	Qualité	Inertie relative	Inertie Dim.1	Cos ² Dim.1	Inertie Dim.2	Cos ² Dim.2	Inertie Dim.3	Cos ² Dim.3
	Dim.1	Dim.2	Dim.3									
affectueux	0,36	0,05	-0,13	0,015	0,735	0,014	0,013	0,642	0,002	0,014	0,012	0,079
combatif	0,39	0,02	0,15	0,013	0,911	0,012	0,013	0,797	0,000	0,002	0,013	0,112
communicatif	-0,12	0,07	-0,10	0,032	0,928	0,005	0,003	0,478	0,006	0,143	0,014	0,307
compétitif	-0,05	-0,15	0,02	0,043	0,851	0,005	0,001	0,075	0,037	0,767	0,001	0,009
cruel	-0,35	-0,09	-0,13	0,041	0,993	0,028	0,032	0,830	0,012	0,048	0,033	0,115
curieux	-0,02	0,23	0,05	0,060	0,985	0,016	0,000	0,007	0,131	0,933	0,007	0,045
égoïste	-0,52	-0,01	0,04	0,023	0,998	0,028	0,038	0,992	0,000	0,000	0,001	0,005
habile	0,43	-0,21	-0,13	0,024	0,910	0,030	0,028	0,692	0,042	0,160	0,018	0,058
imaginatif	-0,57	0,09	0,16	0,031	0,990	0,051	0,063	0,899	0,010	0,022	0,036	0,069
imprévisible	0,00	0,07	0,17	0,034	0,709	0,007	0,000	0,000	0,007	0,110	0,045	0,599
impulsif	0,37	0,00	-0,12	0,037	0,899	0,029	0,032	0,810	0,000	0,000	0,026	0,089
inconstant	-0,49	0,29	0,10	0,024	0,852	0,044	0,036	0,615	0,080	0,209	0,012	0,028
indépendant	0,01	0,18	-0,11	0,020	0,672	0,006	0,000	0,003	0,026	0,492	0,011	0,177
individualiste	-0,67	0,16	0,08	0,012	0,987	0,026	0,032	0,924	0,012	0,051	0,003	0,012
ingénieux	0,11	-0,35	0,12	0,026	0,983	0,019	0,002	0,076	0,134	0,817	0,017	0,090
intelligent	-0,36	0,15	-0,10	0,036	0,961	0,028	0,029	0,771	0,031	0,127	0,018	0,062
intuitif	0,50	0,07	-0,13	0,058	0,995	0,073	0,091	0,917	0,012	0,019	0,043	0,059
inventif	-0,53	-0,26	0,10	0,034	0,947	0,058	0,059	0,746	0,090	0,176	0,014	0,024
libre	0,32	-0,13	-0,00	0,042	0,954	0,024	0,027	0,815	0,029	0,138	0,000	0,000
logique	-0,01	-0,09	0,03	0,029	0,970	0,001	0,000	0,022	0,010	0,880	0,001	0,069
loyal	0,22	0,05	-0,41	0,020	0,976	0,021	0,006	0,217	0,002	0,013	0,155	0,746
malin	0,60	0,44	0,07	0,020	0,998	0,052	0,045	0,639	0,161	0,349	0,005	0,010
moral	-0,52	-0,06	0,03	0,037	0,887	0,053	0,063	0,872	0,006	0,013	0,001	0,002
paresseux	0,01	0,13	0,19	0,013	0,710	0,005	0,000	0,001	0,008	0,210	0,023	0,499
querelleur	-0,01	0,12	-0,38	0,015	0,991	0,011	0,000	0,001	0,009	0,090	0,104	0,901
raisonneur	-0,45	0,15	0,13	0,020	0,996	0,022	0,025	0,836	0,019	0,096	0,014	0,064
rationnel	-0,27	-0,15	-0,20	0,035	0,884	0,025	0,016	0,463	0,032	0,148	0,068	0,273
sauvage	0,53	-0,02	-0,02	0,064	0,990	0,084	0,113	0,988	0,001	0,001	0,001	0,001
sociable	-0,32	0,05	-0,03	0,031	0,885	0,017	0,020	0,858	0,003	0,018	0,002	0,010
solidaire	0,65	-0,01	0,46	0,015	0,966	0,046	0,040	0,639	0,000	0,000	0,152	0,327
solitaire	0,19	0,12	0,42	0,010	0,729	0,014	0,002	0,114	0,005	0,046	0,078	0,568
spirituel	-0,53	-0,15	0,00	0,040	0,976	0,056	0,069	0,900	0,037	0,076	0,000	0,000
spontané	0,59	-0,15	0,18	0,046	0,974	0,089	0,102	0,838	0,044	0,056	0,071	0,079

Scores, contributions et qualités de représentation des individus colonnes

Nom C	Coordonnées Colonne et Contributions à l'Inertie Table d'Entrée (Lignes x Colonnes) : 33 x 7 Standardisation : Profils ligne et colonne											
	Coord.	Coord.	Coord.	Masse	Qualité	Inertie relative	Inertie Dim.1	Cos ² Dim.1	Inertie Dim.2	Cos ² Dim.2	Inertie Dim.3	Cos ² Dim.3
	Dim.1	Dim.2	Dim.3									
sex1	0,08	-0,21	0,12	0,178	0,958	0,053	0,008	0,105	0,302	0,641	0,114	0,212
sex2	-0,09	0,24	-0,14	0,151	0,953	0,061	0,008	0,101	0,338	0,632	0,135	0,220
sti1	-0,70	-0,00	0,05	0,165	0,998	0,374	0,505	0,993	0,000	0,000	0,017	0,004
sti2	0,64	0,01	-0,04	0,178	0,998	0,341	0,461	0,993	0,001	0,000	0,015	0,004
age1	0,13	0,22	0,28	0,110	0,986	0,075	0,011	0,110	0,215	0,328	0,413	0,549
age2	-0,09	-0,07	-0,23	0,126	0,725	0,051	0,006	0,091	0,025	0,054	0,301	0,580
age3	-0,02	-0,18	-0,03	0,092	0,317	0,044	0,000	0,005	0,118	0,303	0,004	0,009



- 1- Quelle méthode l'auteur utilise-t-il ici ? A quel type de tableau cette méthode s'applique-t-elle généralement ?
- 2- Selon les critères généralement utilisés, combien de valeurs propres semblerait-il pertinent de retenir ?
- 3- Les colonnes du tableau des résultats se regroupent naturellement selon les trois variables Sexe, Stimulus et Age. Quels sont les poids respectifs de chacune de ces variables ? Quelles en sont les inerties relatives ? Expliquer pourquoi l'inertie de la variable Stimulus est largement supérieure à celles de chacune des deux autres variables.
- 4- Examiner les qualités de représentation des modalités colonnes sur chacun des trois axes retenus dans les tableaux de résultats.
- 5- Etude de la première variable factorielle
 - a- Quels sont les individus-colonnes dont la contribution est supérieure à la moyenne ? Pour chacun d'eux, préciser le signe de la coordonnée correspondante.
 - b- Quels sont les individus-lignes dont la contribution est supérieure à la moyenne ? Pour chacun d'eux, préciser le signe de la coordonnée correspondante.
- 6- Décrire les résultats précédents en termes d'opposition entre individus-colonnes, puis en termes d'association entre individus-lignes et individus-colonnes.