



**Examen d'aptitude professionnelle d'accès
au grade principal des ingénieurs d'Etat
Session 29 janvier 2015.**

Matière : Statistique

Durée : 4H

Coefficient : 5

Exercice 1 : (3,5 pts)

1) Définir les termes suivants :

- Indice statistique.
- Econométrie.
- ACP.
- ANOVA.
- Le calcul stochastique.

2) Citer les hypothèses du modèle de régression linéaire.

3) Citer les phases d'une enquête statistique.

Exercice 2 : (3 pts)

1. Citer les différents types de moyennes et classer-les par ordre croissant.

2. Donner l'expression de la moyenne généralisée d'ordre r .

Pour quelles valeurs de r on retrouve chaque moyenne citée à la 1^{ère} question précédente ?

3. Le chiffre d'affaire d'une entreprise a subi les augmentations annuelles suivantes :

Année	Augmentation en %
2002	4%
2003	5%
2004	6%
2005	5%
2006	4%

Calculer son taux de croissance moyen.

Exercice 3 : (2,5 pts)

Une étude sur le chiffre d'affaires d'une population de PME a permis d'obtenir les résultats suivants (en milliers de dirhams) :

Minimum	3500
Moyenne	4900
Ecart-type	650
Mode	4550
Intervalle interquartile	1100
Médiane	4600
Premier quartile	4100
Etendue	5000

- Parmi ces paramètres, indiquer celles qui sont des caractéristiques de position ou de tendance centrale et celles qui sont des caractéristiques de dispersion.
- Quel est le chiffre d'affaires le plus fréquent et le plus grand dans cette population de PME ?
- Quel est le coefficient de variation de cette population de PME ? la population étudiée est-elle homogène ?
- Donner le deuxième et le troisième quartile.

Exercice 4 : (2,5 pts)

On a procédé à l'ajustement affine d'un nuage (X,Y).

Les équations obtenues sont les suivantes :

Droite d'ajustement de y en x, D : $y = x + 30$

Droite d'ajustement de x en y, D' : $x = 1/4 y + 60$

- Calculer le coefficient de corrélation linéaire.
- Calculer les moyennes arithmétiques de x et de y.
- Calculer la covariance entre x et y et la variance de x, sachant que la variance de y est égale à 40.

Exercice 5 : (3,5 pts)

Dans un pays, on a étudié les exploitations agricoles de la région du nord et de la région du sud en fonction de la superficie. Les données se présentent comme suit :

Superficies en hectare	Nombre des exploitations dans la région du nord	Nombre des exploitations dans la région du sud
[0 – 10 [	3	5
[10 – 30 [	15	19
[30 – 50 [	20	21
[50 – 100 [	12	5

- 1) Calculer la superficie moyenne de la région du nord, de la région du sud et celle de tout le pays.
- 2) Calculer la variance de la région du nord, de la région du sud et celle de tout le pays.
- 3) Calculer la variance intra-région et la variance inter-région. Interpréter et conclure.
- 4) Comparer la dispersion des exploitations dans la région du nord et la région du sud.

Exercice 6 : (5 pts)

Dans un pays, les chercheurs se sont intéressés aux représentations sociales de trois moyens d'échapper à l'impôt : l'exploitation de niches fiscales, la fraude fiscale et l'évasion fiscale. L'utilisation de niches fiscales se réfère à la réduction du montant de l'impôt par l'utilisation de moyens légaux, par exemple des déductions ou des incitations fiscales alors que la fraude fiscale renvoie à des moyens illégaux tels que la sous-estimation des revenus ou la surestimation des charges. L'évasion fiscale réfère au recours à une délocalisation dans le seul but d'échapper à l'impôt.

D'un point de vue macro-économique, ces trois moyens ont les mêmes effets sur le budget de l'état. Certains économistes suggèrent donc d'analyser leurs effets conjointement. Toutefois d'un point de vue psychologique, on suppose que les contribuables les perçoivent différemment.

Les chercheurs ont mené une enquête auprès de 242 sujets. Les sujets étaient issus de 4 groupes socio-économiques différents : des agents du fisc, des étudiants en gestion, des avocats d'affaires et des propriétaires de PME. On présentait à chaque participant un scénario relatif à l'un des trois moyens d'échapper à l'impôt. Douze groupes de sujets ont ainsi été constitués en croisant le statut du sujet et la nature du scénario. On demandait ensuite aux participants de produire des associations spontanées à partir du scénario. 507 associations différentes ont ainsi été produites, et ont pu ensuite être regroupées en catégories de synonymes. 34 catégories sémantiques ont ainsi été définies.

La table ci-dessous donne le nombre d'occurrences de chaque catégorie sémantique pour chacun des 12 groupes de sujets :

	NF-F	FF-F	EF-F	NF-E	FF-E	EF-E	NF-A	FF-A	EF-A	NF-P	FF-P	EF-P
1	3	11	2	3	12	0	1	4	0	0	5	0
2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
3	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	1
4	1	0	6	2	0	3	0	0	1	0	0	4
5	5	0	2	6	5	8	6	0	3	2	0	0
6	0	0	1	0	0	1	0	0	3	0	0	1
7	2	2	13	1	0	11	1	0	13	0	0	1
8	2	1	1	0	0	0	0	1	0	1	3	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
10	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
11	2	0	0	3	2	1	5	1	0	0	2	0
12	0	8	1	0	12	0	0	3	2	0	5	0
13	1	1	0	2	0	0	0	2	1	0	1	0
14	1	2	1	4	1	3	5	5	4	2	2	6
15	1	7	0	0	10	0	2	5	0	1	2	0
16	0	2	1	0	0	1	0	4	0	1	2	0
17	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	3
18	1	1	0	0	2	2	0	0	3	0	0	1
19	0	2	2	1	0	0	3	2	1	0	0	0
20	3	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0
21	0	0	2	0	1	4	0	0	1	0	0	1
22	0	0	1	3	1	4	0	2	1	0	0	1
23	0	1	2	1	2	2	0	0	3	0	1	2
24	0	0	1	0	2	0	1	9	3	0	4	1
25	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0
26	6	1	1	3	1	1	4	1	0	0	0	0
27	1	0	5	0	3	3	1	1	4	0	0	1
28	1	3	2	1	12	0	3	4	1	0	6	1
29	8	0	0	5	0	1	5	1	0	5	0	0
30	4	1	4	8	3	2	8	0	1	6	3	1
31	0	1	0	0	8	0	1	3	0	0	2	0
32	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
33	2	2	5	4	2	6	1	0	4	0	0	0
34	0	6	4	4	6	2	0	1	1	0	0	1

Codage des groupes :

NF-F	Utilisation de niches fiscales - Agents du fisc
FF-F	Fraude fiscale - Agents du fisc
EF-F	Evasion fiscale - Agents du fisc
NF-E	Utilisation de niches fiscales - Etudiants
FF-E	Fraude fiscale - Etudiants
EF-E	Evasion fiscale - Etudiants
NF-A	Utilisation de niches fiscales - Avocats
FF-A	Fraude fiscale - Avocats
EF-A	Evasion fiscale - Avocats
NF-P	Utilisation de niches fiscales - Patrons de PME
FF-P	Fraude fiscale - Patrons de PME
EF-P	Evasion fiscale - Patrons de PME

Codage des catégories sémantiques :

1	Fraude fiscale intentionnelle
2	Fraude fiscale involontaire
3	Opacité du système fiscal
4	Paradis fiscaux
5	Réduction d'impôts légale
6	Avantages économiques de l'évasion fiscale
7	Evasion à l'étranger
8	Injustice
9	Justice verticale
10	Justice horizontale
11	Intelligence
12	Contrôle et sanction
13	Justification individuelle
14	Avantage personnel
15	Illégal
16	Peccadille
17	Conséquences négatives de l'évasion fiscale
18	Conséquences économiques
19	Types d'impôt
20	Harmonisation du système fiscal
21	Bureaucratie
22	Critique du système fiscal
23	Non profitable
24	Refus des réductions d'impôts
25	Opportunité
26	Faire usage des autorisations fiscales
27	Désir de réduire la charge fiscale
28	Goût du risque
29	Echappatoire fiscale
30	Acceptation des réductions d'impôts
31	Argent sale
32	Réactance
33	Code fiscal
34	Service du fisc

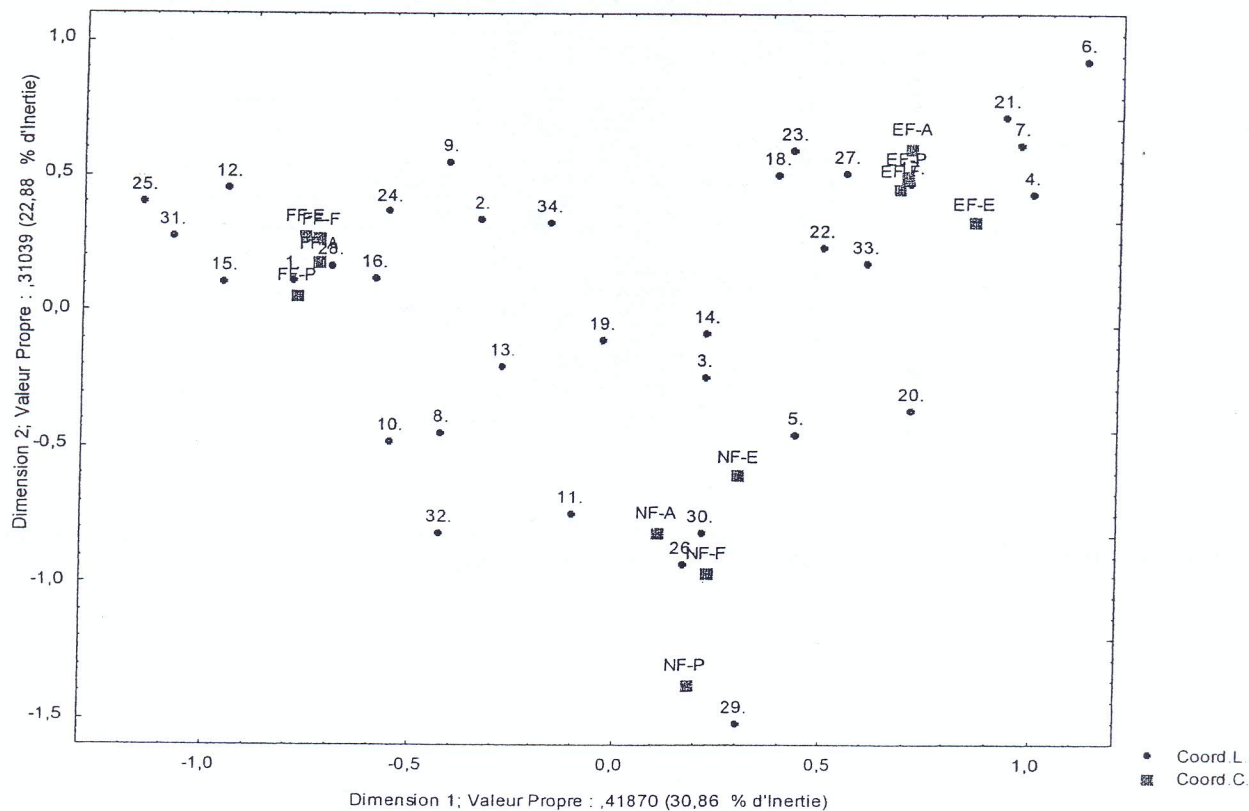
Les données rassemblées dans la table ci-dessus ont été soumises à une méthode d'analyse des données mutidimensionnelles, dont les principaux résultats sont rassemblés ci-dessous.

Scores, contributions et qualités de représentation des individus colonnes

Nom Col.	Coordonnées Colonne et Contributions à l'Inertie									
	Standardisation : Profils ligne et colonne									
	Colonne Numéro	Coord. Dim.1	Coord. Dim.2	Masse	Qualité	Inertie Relative	Inertie Dim.1	Cosinus ² Dim.1	Inertie Dim.2	Cosinus ² Dim.2
NF-F	1	0,23	-0,96	0,078	0,570	0,099	0,010	0,030	0,234	0,540
FF-F	2	-0,73	0,27	0,092	0,491	0,083	0,117	0,434	0,021	0,057
EF-F	3	0,67	0,45	0,098	0,663	0,072	0,107	0,457	0,065	0,207
NF-E	4	0,30	-0,61	0,088	0,478	0,062	0,019	0,092	0,105	0,386
FF-E	5	-0,77	0,28	0,145	0,647	0,110	0,204	0,573	0,036	0,074
EF-E	6	0,86	0,33	0,095	0,698	0,084	0,166	0,607	0,033	0,091
NF-A	7	0,11	-0,82	0,080	0,586	0,068	0,002	0,010	0,172	0,577
FF-A	8	-0,73	0,17	0,088	0,371	0,099	0,112	0,351	0,009	0,020
EF-A	9	0,70	0,61	0,090	0,654	0,087	0,107	0,376	0,106	0,278
NF-P	10	0,18	-1,38	0,030	0,580	0,073	0,002	0,010	0,183	0,570
FF-P	11	-0,78	0,06	0,072	0,452	0,072	0,105	0,450	0,001	0,002
EF-P	12	0,69	0,50	0,043	0,260	0,089	0,050	0,172	0,034	0,088

Représentation simultanée des individus-lignes et des individus-colonnes dans le premier plan factoriel

Tracé 2D des Coordonnées Ligne & Colonne ; Dimension : 1 x 2
 Table d'Entrée (Lignes x Colonnes) : 34 x 12
 Standardisation : Profils ligne et colonne



Résultats de l'analyse de données multivariées :

Val. Propres & stat. associées.

Nombre de Dims.	Valeurs Propres et Inertie de toutes les Dimensions				
	Inertie Totale = 1,3569 Chi² = 814,11 dl = 363 p = 0,0000				
	ValSing.	ValProp.	%age Inertie	%age Cumulé	Chi²
1	0,647	0,419	30,858	30,86	251,22
2	0,557	0,310	22,876	53,73	186,23
3	0,390	0,152	11,200	64,93	91,18
4	0,336	0,113	8,313	73,25	67,68
5	0,293	0,086	6,326	79,57	51,50
6	0,256	0,065	4,822	84,39	39,25
7	0,238	0,057	4,189	88,58	34,11
8	0,220	0,048	3,563	92,15	29,01
9	0,204	0,042	3,077	95,22	25,05
10	0,196	0,038	2,822	98,05	22,97
11	0,163	0,027	1,954	100,00	15,91

Scores, contributions et qualités de représentation des individus lignes

NomLigne	Coordonnées Ligne et Contributions à l'Inertie									
	Standardisation : Profils ligne et colonne									
	Ligne Numéro	Coord. Dim.1	Coord. Dim.2	Masse	Qualité	Inertie Relative	Inertie Dim.1	Cosinus² Dim.1	Inertie Dim.2	Cosinus² Dim.2
Ligne 1	1	-0,79	0,11	0,068	0,754	0,043	0,103	0,739	0,003	0,015
Ligne 2	2	-0,34	0,34	0,005	0,076	0,011	0,001	0,038	0,002	0,038
Ligne 3	3	0,22	-0,24	0,007	0,027	0,020	0,001	0,012	0,001	0,015
Ligne 4	4	0,99	0,44	0,028	0,556	0,044	0,067	0,466	0,017	0,090
Ligne 5	5	0,43	-0,45	0,062	0,582	0,031	0,028	0,277	0,041	0,305
Ligne 6	6	1,12	0,93	0,010	0,703	0,022	0,030	0,416	0,028	0,287
Ligne 7	7	0,96	0,62	0,073	0,822	0,086	0,163	0,584	0,089	0,238
Ligne 8	8	-0,43	-0,45	0,015	0,193	0,022	0,007	0,093	0,010	0,101
Ligne 9	9	-0,42	0,55	0,005	0,161	0,011	0,002	0,058	0,005	0,102
Ligne 10	10	-0,55	-0,48	0,008	0,161	0,021	0,006	0,092	0,006	0,069
Ligne 11	11	-0,11	-0,75	0,027	0,464	0,024	0,001	0,009	0,048	0,455
Ligne 12	12	-0,95	0,46	0,052	0,866	0,049	0,112	0,704	0,035	0,163
Ligne 13	13	-0,28	-0,20	0,013	0,101	0,012	0,002	0,066	0,002	0,035
Ligne 14	14	0,22	-0,08	0,060	0,082	0,029	0,007	0,073	0,001	0,010
Ligne 15	15	-0,96	0,10	0,047	0,835	0,038	0,103	0,825	0,002	0,010
Ligne 16	16	-0,59	0,12	0,018	0,209	0,024	0,015	0,200	0,001	0,008
Ligne 17	17	0,70	0,48	0,013	0,228	0,031	0,016	0,156	0,010	0,072
Ligne 18	18	0,38	0,51	0,017	0,347	0,014	0,006	0,126	0,014	0,221
Ligne 19	19	-0,04	-0,11	0,018	0,011	0,016	0,000	0,001	0,001	0,010
Ligne 20	20	0,71	-0,37	0,010	0,173	0,027	0,012	0,137	0,004	0,036
Ligne 21	21	0,93	0,72	0,015	0,660	0,023	0,031	0,412	0,025	0,248
Ligne 22	22	0,49	0,23	0,022	0,255	0,019	0,013	0,209	0,004	0,046
Ligne 23	23	0,42	0,60	0,023	0,729	0,013	0,010	0,242	0,027	0,487
Ligne 24	24	-0,56	0,37	0,035	0,228	0,051	0,026	0,160	0,015	0,068
Ligne 25	25	-1,16	0,40	0,007	0,422	0,017	0,021	0,376	0,004	0,046
Ligne 26	26	0,17	-0,93	0,030	0,600	0,033	0,002	0,019	0,084	0,581
Ligne 27	27	0,55	0,51	0,032	0,706	0,019	0,023	0,378	0,027	0,327
Ligne 28	28	-0,70	0,17	0,057	0,723	0,030	0,067	0,685	0,005	0,038
Ligne 29	29	0,30	-1,52	0,042	0,917	0,081	0,009	0,034	0,311	0,882
Ligne 30	30	0,21	-0,82	0,068	0,711	0,050	0,007	0,045	0,147	0,667
Ligne 31	31	-1,08	0,27	0,025	0,708	0,033	0,070	0,665	0,006	0,043
Ligne 32	32	-0,43	-0,82	0,003	0,150	0,014	0,001	0,032	0,007	0,117
Ligne 33	33	0,60	0,18	0,043	0,585	0,021	0,037	0,538	0,004	0,048
Ligne 34	34	-0,17	0,33	0,042	0,190	0,022	0,003	0,040	0,014	0,150

- 1) quelle méthode les auteurs utilisent-ils ici ? A quel type de tableau cette méthode s'applique-t-elle généralement ?
- 2) Selon les critères généralement utilisés, combien de valeurs propres semblerait-il pertinent de retenir ?

NB : indépendamment du résultat de cette question, le reste de l'étude est mené sur les deux premières valeurs propres.

3) Etude des individus colonnes

- a) Pour le premier axe factoriel, quels sont les individus colonnes dont la contribution est supérieure à la moyenne ? Pour chacun d'eux, préciser le signe de la coordonnée correspondante.
- b) Même question pour le deuxième axe.
- c) Les 12 individus colonnes ont été obtenus en croisant le statut de la personne interrogée et le type de scénario qui lui a été proposé. De ces deux variables indépendantes, laquelle semble avoir eu l'effet le plus important du point de vue de l'inertie du nuage.

4) Etude des individus lignes

- a) Citer quelques individus lignes dont la contribution à la formation du premier axe est particulièrement important. Pour chacun d'eux, préciser le signe de la coordonnée correspondante. (**On se limite aux 5 ou 6 modalités qui ont les contributions les plus importantes**).
- b) Même question pour le deuxième axe.
- 5) Pour chacun des deux axes étudiés, proposer un couple de termes antinomiques permettant de qualifier l'opposition entre les deux extrémités de l'axe.
- 6) Quelle autre méthode multidimensionnelle aurait-on pu utiliser si on avait souhaité mieux séparer le statut de la personne interrogée et le type de scénario qui lui a été proposé ?